تعريف اللامعرّف المنطقي

المدرس المساعد عمار عبد الكاظم رومي
جامعة بغداد - كلية الآداب - قسم الفلسفة

مقدمة:

المنطق الرياضي شأنه شأن سائر العلوم الأخرى، قد مرّ أيضاً، بمراحل تطويرية، ولكن المراحل التطويرية في المنطق الرياضي، لاتؤثر مراحل تطويرية للمنطق الرياضي ذاته. بمعنى ليس المنطق الرياضي، يطور ذاته بذاته، بقدر ما للرياضة البحتة، من تأثير فعّال، في إضافة مفاهيم رياضية معينة، تساهم في تطوير المنطق الرياضي، مما يؤكد الصلة الوثيقة بين المنطق الرياضي والرياضة البحتة، من جهة. وتوافق تطويرية المنطق الرياضي مع معطيات الرياضة البحتة من جهة ثانية.

وما هذا البحث إلا محاولة لتأكيد ذلك، من خلال التعريف المنطقي للمفهوم الرياضي الأول (المتغير)، والمفهوم الرياضي الثاني (الرابطة) ودورهما في البناء المنطقي لنظريات المنطق الرياضي.

ويتم ذلك بواسطة طرح مستويين أساسيين:

- في المستوى الأول (التعريف).
- في المستوى الثاني (اللامعرّف).

تحليل (في المستوى الأول- التعريف-):

مفهوم التعريف هو من المفاهيم الأساسية في المنطق، باعتباره "منهج منطقي يمّكن من تمييز أو بناء أو إيجاد نوع من الأشياء، وصياغة معنى مصطلح وارد بشكل جديد أو تخصيص معنى مصطلح موجود في العلم، ويتحدد تنوع ضروب التعريف بما يعرف"[١]، وهذا الذي يعرف متضمن ماهية ما، إذاً وظيفة التعريف "البحث عن الماهية"[٢]، وهذه الماهية متوزعة في عشر مقولات:

"المقولة الأولى- مقولة الجوهر- مثل رجل.

المقولة الثانية- مقولة الكمية- مثل ثلاثة أشبار.

المقولة الثالثة- مقولة الكيفية- مثل أبيض.
المقولة الرابعة- مقولة الإضافة- مثل نصف.
المقولة الخامسة- مقولة المكان- مثل السوق.
المقولة السادسة- مقولة الزمان- مثل أمس.
المقولة السابعة- مقولة الوضع- مثل جالس.
المقولة الثامنة- مقولة الملك- مثل شاكي السلاح.
المقولة التاسعة- مقولة الفعل- مثل القطع.
المقولة العاشرة- مقولة الانفعال- مثل المقطوع"(٣).

وللتعريف أربع قواعد:
(القاعدة الأولى)- "أن يدل التعريف على الماهية لا على العرض، ينبغي أن يبتعد التعريف عن الأعراض، يقول أرسطو*، إن ماهية شيء ليست كل مايتكون منه الشيء، ولكن هي فقط التي لايمكن أن يوجد بدون وجودها، وهي ثابتة، وغير متغيرة، وتبقى خلال التغيرات العرضية"(٤). بتعبير آخر: "يجب أن يعرف الشيء بما لايعرف إلا به، وهذا هو الذي يحدث في تعريف الألفاظ المتضايقة، فنعرف العلة بأنها تحدث معلولاً، ونعرف المعلول بأنه ماينتج عن علة، وتعريف العدد الزوجي بأنه مايزيد عن العدد الفردي بواحد، ونعرف العدد الفردي بأنه ماينقص عن العدد الزوجي بواحد، ونعرف الشمس بأنها كوكب يضيء بالنهار، ونعرف النهار بأنه الوقت الذي تضيء فيه الشمس، فنحن في هذه الأحوال نعرف الشيء بما لايعرف إلا به، أي إننا ندخل في التعريف ما لايفهم إلا بمعرفة المعرف"(٥).
بتعبير أدق: "يجب أن ينصب التعريف على جوهر الشيء موضوع التعريف"(٦).
(القاعدة الثانية)- "يجب أن ينطبق التعريف على كل المعرف وعليه وحده، أي ينبغي أن يكون التعريف منطبقاً على كل المعرفة ولا شيء غيره، وعبر مناطقة" بورت رويال عن نفس الفكرة بقولهم، ان التعريف ينبغي أن يكون كلياً ومميزاً"(٧).
بتعبير آخر: "يجب أن يكون التعريف جامعاً مانعاً، يجب أن يدل التعريف على كل أفراد المعرّف دون غيرها، ويجب لذلك ألا يكون ضيقاً بحيث لاينطبق إلا على بعضها فقط، كما في تعريف الحذاء بأنه الغطاء الجلدي للقدم، فهناك أحذية

غير جلدية مصنوعة من القماش أو البلاستيك أو المطاط، ويجب أن يجمع التعريف كل أفراد هذا الأنواع"[٨].

بتعبير أدق: "يجب أن يكون التعريف مساوياً للشيء المعرف"[٩].

(القاعدة الثالثة)- "يكون التعريف بالجنس القريب والفصل النوعي، إذا كانت الغاية من التعريف التوصل إلى الماهية الكاملة، فيجب أن يعبر عن كل عناصر التصور المرتبطة بماهيته، وإذا كان التصور عقلياً ويشرح الماهية شرحاً كاملاً فإن صفاته المكونة له ينبغي أن تعتبر مرتبطة ارتباطاً ضرورياً"[١٠].

بتعبير آخر: "يجب أن يكون من الممكن أن يتبادل التعريف والمعرّف وضعيهما مع بقاء التعريف صادقاً، دون إضافة أو حذف، فمثلاً نستطيع، في تعريف الإنسان بأنه حيوان ناطق، أن نقول الحيوان الناطق هو الإنسان، أما إذا قلنا الإنسان حيوان ذو قدمين، فلا نستطيع أن نقول الحيوان ذو القدمين هو الإنسان"[١١].

بتعبير أدق: "يجب أن يكون التعريف بذكر الجنس والفصل"[١٢].

(القاعدة الرابعة)- "يجب أن نتجنب في التعريف، تحديد ماهو أغمض منه، فالتعريف يوضح، أو بمعنى أدق ينبغي أن يكون واضحاً، فينبغي أن يكون التعريف تصوراً واضحاً، وإلا انتهينا إلى دور، فنحتاج إلى تعريف آخر يوضح التعريف الغامض، فإذا كان التعريف الثاني أكثر غموضاً من الأول، احتجنا إلى تعريف ثالث، وهكذا إلى ما لانهاية"[١٣].

بتعبير آخر: "لكي تتحقق هذه القاعدة يجب أن نستبعد عند صياغة التعريفات الاستعارات والتشبيهات وكل أنواع المجاز، والكلمات التي تنطوي على لبس والتي تعني أكثر من معنى، والتعبيرات الغامضة، حتى لايصبح المعرف غامضاً وبذلك لايقوم بوظيفته، إذ الغرض من التعريف هو توضيح المعرف"[١٤].

بتعبير أدق: "التعريف يجب أن يكون واضحاً"[١٥].

تحليل (في المستوى الثاني -اللامعرّف-):

لقد "اتضح في المستوى الأول –التعريف-"[١٦] ارتباط مفهوم التعريف بالجنس والفصل، ولكن هنالك أشياء لاترتبط بالجنس والفصل، فهي إذاً غير قابلة للتعريف، وقد اصطلح على تسميتها بـ(اللامعرّف).

وهذا اللامعرّف على نوعين:
النوع الأول- المتغير.
النوع الثاني- الرابطة.

تحليل (النوع الأول- المتغير-):

تتكون كل نظرية علمية من مجموعة من القضايا الصادقة، وتكون هذه القضايا الصادقة مرتبطة بشكل نسقي، بحيث تعرف هذه القضايا الصادقة النسقية بالقوانين أو العبارات، وفي "الرياضيات تتابع هذه العبارات أو الأقوال في نظام محدد وفقاً لمبادئ معينة، ونحن نميز في الحدود والرموز التي ترد في القضايا المبرهنة في الرياضيات والبراهين الرياضية بين الثوابت والمتغيرات"(١٧).

بحيث تقسم هذه الرموز إلى مجموعتين:

المجموعة الأولى- تضم المتغيرات، ويقصد بالمتغير هو ذلك الرمز الذي "ليس له معنى ثابت، فهو مجرد رمز يشير إلى فراغ، يمكن أن يحل محله رمز آخر له معنى"(١٨).

المجموعة الثانية- تضم الثوابت، ويقصد بالثابت هو ذلك الرمز الذي "له معنى ثابت، بحيث يحتفظ بهذا المعنى في أية صيغة يظهر فيها"(١٩).

فالمجموعة الأولى تتغير قيمتها العددية أو معانيها، في حين أن المجموعة الثانية لاتتغير قيمتها العددية أو معانيها، ويمكن ملاحظة ذلك بواسطة طرح "الصيغة التالية: أ + ب = ب + أ

فالحروف الأبجدية تشير إلى متغيرات حدود في الصيغة وهي أ، ب ويمكن أن نختار مجموعة كبيرة من القيم العددية لتحل محل هذه المتغيرات كقيم"(٢٠).

مثال ذلك: ٤+٦ = ٦+٤

٥+٧ = ٧+٥

٧+٨ = ٨+٧

وهذه المتغيرات والثوابت على درجة عالية من التبسيط والتعميم، ولكن الحاجة إليها كبيرة في الرياضة البحتة، والتي وظيفتها الأساسية البحث عن "جميع القضايا التي صورتها (ق يلزم عنها ك)، حيث ق، ك قضيتان تشتملان على متغير واحد أو جملة متغيرات"(٢١)، ومكمن هذه الحاجة يكمن في البحث عن "الأسس والأصول التي تزداد في درجة التبسيط والتعميم"(٢٢).

ومن وظيفة الرياضة البحتة أستطيع تسجيل الملاحظات الآتية:
- في الملاحظة الأولى: القضيتان ق، ك تشتملان على ثوابت منطقية.
- في الملاحظة الثانية: الثوابت المنطقية يمكن تعريفها "بدلالة اللزوم"[٢٣].
- في الملاحظة الثالثة: الثوابت المنطقية يمكن تعريفها بدلالة علاقة الحد بالفصل.

وكنتيجة للملاحظات الثلاثة المثبتة على وظيفة الرياضة البحتة، أجد من الضروري بمكان، تقديم بعض الأمثلة وتحليلها في ضوء التعريف المتقدم.

الأمثلة:
١- المثال الأول- أ إنسان.
٢- المثال الثاني- أ أكبر من ب.
٣- المثال الثالث- أ أصغر من ب.

تحليل (المثال الأول- أ إنسان):
في المثال الأول، أجد المثال، يتكون من جزأين، الجزء الأول أ، هو الجزء المتغير، وإنسان، هو الجزء الثابت، ولا يمكن الحكم على المثال الأول بالصدق أو بالكذب، إلا إذا تم إعطاء قيم مناسبة للمتغير أ.
المثال الأول- أ إنسان، ليست قضية لأن القضية قول مفيد يحتمل الصدق أو الكذب، أو عبارة ذات معنى تحتمل الصدق أو الكذب.
سقراط إنسان، قضية صادقة.
الكتاب إنسان، قضية كاذبة.

تحليل (المثال الثاني- أ أكبر من ب):
في المثال الثاني، أجد المثال، يتكون من جزأين، الجزء الأول، أ، ب، وهو الجزء المتغير، وأكبر من، هو الجزء الثابت، ولايمكن الحكم على المثال الثاني، بالصدق أو بالكذب، إلا إذا تم إعطاء قيم مناسبة للجزء المتغير أ، ب.
المثال الثاني:
أ أكبر من ب ، ليست قضية، لأن القضية قول مفيد يحتمل الصدق أو الكذب

أو عبارة ذات معنى تحتمل الصدق أو الكذب.
٢ أكبر من ١ ، قضية صادقة.
١ أكبر من ٢ ، قضية كاذبة.

تحليل (المثال الثالث- أ أصغر من ب):

في المثال الثالث، أجد المثال، يتكون من جزأين، الجزء الأول، أ، ب، هو الجزء المتغير، وأصغر من، هو الجزء الثابت، ولا يمكن الحكم على المثال الثالث، بالصدق أو بالكذب، إلا إذا تم إعطاء قيم مناسبة للمتغير أ، ب.

المثال الثالث:
أ أصغر من ب ، ليست قضية، لأن القضية قول مفيد يحتمل الصدق أو الكذب أو عبارة ذات معنى تحتمل الصدق أو الكذب.
١ أصغر من ٢ ، قضية صادقة.
٢ أصغر من ١ ، قضية كاذبة.

وكنتيجة لما تقدم، عن الأمثلة الثلاثة السابقة، يمكن النظر إلى استخدام المتغير بواسطة التعريف من خلال زاويتين:
- في الزاوية الأولى- علاقة المتغير بسور القضية.
- في الزاوية الثانية- علاقة المتغير بالحد.

تحليل (في الزاوية الأولى- علاقة المتغير بسور القضية):

يمكن توضيح العلاقة، بواسطة تعريف المتغير الحر، على انه "رمز لايدل على معنى ثابت، ولايظهر في مجال سور القضية الكلية أو الجزئية"[٢٤]، ويتم التعويض عن المتغير الحر، بقيمة مناسبة، فتتحول دالة القضية، إلى قضية، ويمكن اعتبار دالة المتغير الحر دالة بسيطة، وتوجد أيضاً دالات قضايا تمتلك أكثر من متغير واحد.

مثال ذلك:
"س(أ، ب) ، دالة ذات حدين أو متغيرين حرين.
س(أ، ب، جـ) ، دالة ذات ثلاثة حدود أو ثلاثة متغيرات حرة.
س(أ، ب، جـ، د) ، دالة ذات أربعة حدود أو أربعة متغيرات حرة"[٢٥].

ويمكن إعطاء مثال حول المتغير الحر، يوضح إمكانية تحويل دالة القضية، إلى قضية، مثال على ذلك قولنا (طاليس فيلسوف) بحيث تتخذ هذه

القضية "الشكل H أ حيث لايرتبط أ بشيء معين فيمكن أن نستعيض عنه بأية لفظة لغوية"[٢٦].

تحليل (في الزاوية الثانية- علاقة المتغير بالحد):

يمكن توضيح العلاقة، بواسطة إجراء نوع من المقاربة بين متغيرات الحدود ومتغيرات القضايا.

متغيرات حدود	متغيرات قضايا
"١. تتكون من الأحرف الآتية: أ، ب، جـ، د.	١. تتكون من الأحرف الآتية: ق، ل، م، ن.
٢. الحروف المتقدمة هي رموز تشير إلى أماكن فارغة.	٢. الحروف المتقدمة هي رموز تشير إلى أماكن فارغة.
٣. يمكن أن يحل محل الحروف المتقدمة، لفظ أو اسم أو عدد.	٣. يمكن أن يحل محل الحروف المتقدمة قضية أو صيغة قضية"[٢٧].

ويكون لكل لفظ أو اسم أو عدد، معنى ثابت، لايتغير ضمن متغيرات الحدود، لكونه رمز ثابت. في حين يكون لكل قضية أو صيغة قضية، معنى ثابت، لايتغير ضمن متغيرات القضايا، لكونها رمزاً ثابتاً.

ففي الرياضة البحتة، نصادف ثوابت، ونصادف متغيرات، والمتغيرات بالتأكيد تختلف عن الثوابت، وكقاعدة عامة يتم استخدام "الحروف المفردة كمتغيرات"[٢٨]، إن الغرض من وراء استخدام الحرف المفرد كوسيلة للتعبير عن المتغير، هو الهاجس المنطقي في الكشف عن صورة القضية، دون الكشف عن مضمون القضية، "فبواسطة المتغيرات يمكن دراسة صورة القضية بمعزل عن عدد لا حد له من القضايا التي تماثلها، والطريقة هي إحلال متغيرات، محل العناصر غير الصورية بالقضية"[٢٩].

وبناءً على تحليل شكل العلاقة بين المتغير والحد، يمكن طرح الأسئلة الآتية المتصلة:

١- لماذا يهتم المناطقة بالصورة المنطقية.
٢- لماذا يتم إحلال متغيرات، محل العناصر غير الصورية بالقضية.
٣- ما الفرق بين العناصر الصورية والعناصر غير الصورية بالقضية.

أما بالنسبة لسؤال الاستفهام الأول، فقد سبق التأكيد على أن صحة البرهان تعتمد على الصورة المنطقية، ومن أجل ضمان صحة البرهان، ينبغي ضمان

صدق النتائج، وحتى يتم تحقيق صدق النتائج في أي عملية استدلالية ينبغي العمل على تحقق:
"١. يجب أن يكون البرهان أو المقدمات، التي نبني عليها استدلالاتنا صادقة.
٢. يجب أن تكون الاستدلالات نفسها صحيحة أو سلمية أو صالحة"(٣٠).

وأما بالنسبة لسؤال الاستفهام الثاني، فإن المتغيرات هي من خلال التعريف "رموز ليس لها معنى ثابت، فاستبدالها محل العناصر غير الصورية، ممكن لأنه يحفظ الصورة المنطقية، بخلاف لو فرض وتم إحلال المتغيرات محل العناصر الصورية"(٣١).

مثال ذلك:

"إذا كان الجليد يتساقط أو الدنيا تمطر، فالدنيا تمطر أو الجليد يتساقط، وهي إذا كان س أو ص إذن ص أو س"(٣٢).

تحليل المثال في ملاحظات:

- في الملاحظة الأولى- توجد متغيرات هي س، ص.
- في الملاحظة الثانية- القضية مركبة، تتكون من القضية الأولى (الجليد يتساقط)، القضية الثانية (الدنيا تمطر).
- في الملاحظة الثالثة- الرابطة الثنائية بين القضيتين، هي رابطة الشرط، التي رمزها المنطقي (←).
- في الملاحظة الرابعة- العناصر الصورية هي س، ص.
- في الملاحظة الخامسة- العناصر غير الصورية وهي (الجليد يتساقط)، (الدنيا تمطر).
- في الملاحظة السادسة- تم استبدال العناصر غير الصورية، بالعناصر الصورية.

وأما بالنسبة إلى سؤال الاستفهام الثالث، تتم الإجابة عنه، بواسطة تحليل المثالين الآتيين:

المثال الأول- النيل بين القاهرة والجيزة.

المثال الثاني- الكتاب بين الدواة والقلم.

يمكن اعتبار الألفاظ، النيل، القاهرة، الجيزة، الكتاب، الدواة، القلم، عناصر غير صورية أو كلمات شيئية، لأنها تدل على شيء محدد موجود في الواقع.

في حين يمكن اعتبار الألفاظ (بين، و) عناصر صورية أو كلمات بنائية، وهذه العناصر الصورية أو الكلمات البنائية أو الكلمات المنطقية، من الأهمية بموضع بحيث انه "يستحيل علينا بناء فكرة بغيرها"(٣٣).

تحليل (النوع الثاني- الرابطة):

يحتاج المنطقي لمجموعة من الألفاظ، المستخدمة في اللغة العلمية واللغة اليومية، لغرض ربط القضايا بعضها ببعض، وتركيب قضايا مركبة، أكثر تعقيداً، وهذه الألفاظ هي روابط منطقية، وهذه الروابط المنطقية، المستخدمة سواءً في اللغة العلمية، أو المستخدمة في اللغة اليومية، لايمكن أن تحقق ذات الاستخدام في اللغتين، وتؤدي وظيفة الربط المنتج للتركيب المطلوب، ما لم يمكن اعتبارها "حدود تتصف بقدر أكبر من العمومية"(٣٤)، فوظيفة الرابطة تكمن في "أن الصواب أو الخطأ في القضية المركبة أو المنفية، يتحددان فقط بواسطة قيم الصدق الخاصة بتعبيراتها الأصلية"(٣٥)، فالقضية هي موضوعة العمل المنطقي، سواء في نظرية القضايا، أو نظرية دالات القضايا، أو نظرية الفئات، أو نظرية العلاقات، والقضية تكون أما بسيطة أو مركبة فالقضية البسيطة، هي القضية التي لايمكن تجزئتها إلى قضايا أبسط منها، أو هي قضية تتكون من موضوع ومحمول، ومثال على ذلك (طاليس إنسان)، وأما القضية المركبة، فهي القضية التي يمكن تجزئتها إلى قضايا أبسط منها، أو انها قضية تتكون من أكثر من قضية واحدة، مثال على ذلك، (سقراط فيلسوف والمعري شاعر).

ولتحديد الخصائص المنطقية للرابطة، يتم ذلك بتوضيح شكل العلاقة بين الرابطة والقضية، فنجد أن الرابطة الأحادية (النفي) ورمزها المنطقي (~)، تدخل على القضية البسيطة، وتقلب قيمتها فإذا كانت صادقة، أصبحت بعد دخول رابطة النفي كاذبة، وإذا كانت كاذبة، أصبحت بعد دخول رابطة النفي صادقة.

مثال على ذلك:

سقراط أستاذ أفلاطون ، قضية صادقة.

سقراط أستاذ أفلاطون ، قضية كاذبة.

طاليس فيلسوف روماني ، قضية كاذبة.

طاليس فيلسوف روماني ، قضية صادقة.

وإضافة إلى رابطة النفي، توجد روابط منطقية ثنائية، تعمل على ربط قضية بقضية، أخرى لتكوين قضية مركبة جديدة، وهذه الروابط مرتبة بالصورة الآتية:
الرابطة الثنائية الأولى – رابطة العطف.
المعنى اللغوي – و
الرمز المنطقي- ٨

تعريف رابطة العطف: "رابطة منطقية اثنينية، تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية عطفية، تكون صادقة في حالة واحدة عند صدق القضايا المكونة لها، وتكون كاذبة في الحالات التالية:
عند صدق ق وكذب ل
عند كذب ق وصدق ل
عند كذب ق وكذب ل معاً"(٣٦).

ويمكن التعبير عن جدول قيم رابطة العطف بالصورة الآتية:
(الصورة الأولى)

P	q	P.q"
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F "(37)	F	F

ملاحظة: يطلق على رابطة العطف، أحياناً رابطة الوصل، ويرمز له بالرمز (٠).
(الصورة الثانية)

ف ^ ن	ن	"ف
ص	ص	ص
خ	خ	ص
خ	ص	خ
خ"(٣٨)	خ	خ

(الصورة الثالثة)

ق ^ ل	ل	"ق
ص	ص	ص
ك	ك	ص
ك	ص	ك
ك"(٣٩)	ك	ك

ومن الأمثلة التي يتم إيرادها على رابطة العطف مايأتي:
الكل أكبر من الجزء و الكل يساوي مجموع أجزائه [ص، ص]

١+١ = ٢ و ٢+٢ = ٥ [ص، ك]
٣+٣ = ١ و ٤+٤ = ٨ [ك، ص]
٥+٥ = ١ و ٦+٦ = ٢ [ك، ك]

الرابطة الثنائية الثانية- رابطة البدل:
المعنى اللغوي – أو
الرمز المنطقي – ٧

تعريف رابطة البدل- "رابطة منطقية اثنينية، تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية جديدة ومركبة، تكون صادقة في الحالات الآتية:
عند صدق كل من القضيتين ق و ل.
عند صدق ق وكذب ل
عند كذب ق وصدق ل
وتكون كاذبة عند كذب القضيتين معاً ق، ل"[٤٠].
ويمكن التعبير عن جدول قيم رابطة البدل، بالصورة الآتية:
(الصورة الأولى)

P	q	Pv q"
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F "(41)	F	F

(الصورة الثانية)

"ف	ن	ف ٧ ن
ص	ص	ص
ص	خ	ص
خ	ص	ص
خ	خ	خ"[٤٢]

(الصورة الثالثة)

"ق	ل	ق ٧ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك"[٤٣]

ومن الأمثلة التي يتم إيرادها على رابطة البدل مايأتي:
الضوء أسرع من الصوت أو المعادن تتمدد بالحرارة [ص، ص]
٥ = ٥ أو ١+٥ = ٧ [ص، ك]
٩ = ٣ أو ٥+٥ = ١٠ [ك، ص]
١٦ = ٩ أو ٧+٧ = ٦ [ك، ك]

الرابطة الثنائية الثالثة- رابطة البدل المطلق:
المعنى اللغوي – أما ... أو
الرمز المنطقي – ٧

تعريف رابطة البدل المطلق- "رابطة منطقية اثنينية، تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية جديدة ومركبة، تكون صادقة في الحالات الآتية:
عند صدق القضية ق وكذب القضية ل.
عند كذب القضية ق وصدق القضية ل
وتكون كاذبة في الحالات الآتية:
عند صدق كل من القضيتين ق و ل معاً.
عند كذب كل من القضيتين ق و ل معاً"[٤٤].

ويمكن التعبير عن جدول قيم رابطة البدل المطلق، بالصور الآتية:
(الصورة الأولى)

"ب	جـ	ب ⟵ < جـ
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك"(٤٥)

ملاحظة: يرمز أحياناً لرابطة البدل المطلق بالرمز ⟵(< <).
(الصورة الثانية)

"ق	ل	ق ٧ ل
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك"(٤٦)

ومن الأمثلة التي يتم إيرادها على رابطة البدل المطلق مايأتي:
أما الضوء أسرع من الصوت أو السنة تتكون من أربعة فصول [ص، ص]
أما ٨+٩ = ١٧ أو ١+٧ = ٧ [ص، ك]
أما ١+١٢= ٢ أو ٣+٧ = ١٠ [ك، ص]
أما ١+٣ = ٥ أو ٥+٣ = ٣ [ك، ك]

الرابطة الثنائية الرابعة – رابطة الشرط.
المعنى اللغوي – إذا ... فإن
الرمز المنطقي- ←

تعريف رابطة الشرط: "رابطة منطقية اثنينية، تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية جديدة مركبة، تكون كاذبة في حالة واحدة فقط عند صدق السابقة وكذب اللاحقة، وتكون صادقة في الحالات التالية:
عند صدق السابقة وصدق اللاحقة
عند كذب السابقة وصدق اللاحقة

عند كذب السابقة وكذب اللاحقة معاً"[٤٧].
ويمكن التعبير عن جدول قيم رابطة الشرط بالصور الآتية:
(الصورة الأولى)

P	q	P⊃q"
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

"[48]

ملاحظة: أحياناً يرمز لرابطة الشرط بالرمز (⊃)، وتسمى برابطة التضمن.
(الصورة الثانية)

ف ← ن	ن	"ف
ص	ص	ص
خ	خ	ص
ص	ص	خ
ص"[٤٩]	خ	خ

(الصورة الثالثة)

ق ← ل	ل	"ق
ص	ص	ص
ك	ك	ص
ص	ص	ك
ص"[٥٠]	ك	ك

(الصورة الرابعة)

ب ← جـ	جـ	"ب
ص	ص	ص
ك	ك	ص
ص	ص	ك
ص"[٥١]	ك	ك

ملاحظة: أحياناً يتغير اتجاه رمز رابطة الشرط من (←) إلى (→).
ومن الأمثلة التي يتم إيرادها على رابطة الشرط مايأتي:
إذا كان هرقليطس فيلسوف الصيرورة فإن بارمنيدس فيلسوف الكينونة [ص، ص]

إذا كان ٩+١= ١٠ فإن ١+٨ = ٧ [ص، ك]
إذا كان ٨+٣ = ٤ فإن ٣+١ = ٤ [ك، ص]
إذا كان ١ = ٢ فإن ٢ = ١ [ك، ك]

الرابطة الثنائية الخامسة- رابطة التكافؤ:
المعنى اللغوي – إذا وفقط إذا
الرمز المنطقي – ↔

تعريف رابطة التكافؤ- "رابطة منطقية اثنينية، تقوم بربط قضية بأخرى مكونة قضية جديدة ومركبة، هي قضية تكافؤية، تكون صادقة في حالتين:
عند صدق القضايا المكونة لها.
عند كذب القضايا المكونة لها.
وتكون القضية التكافؤية كاذبة في الحالات الآتية:
عند صدق القضية ق وكذب القضية ل.
عند كذب القضية ق وصدق القضية ل[٥٢].

ويمكن التعبير عن جدول قيم رابطة التكافؤ بالصور الآتية:
(الصورة الأولى)

"ب	جـ	ب ↔ جـ
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص"(٥٣)

ملاحظة: أحياناً يطلق على رابطة التكافؤ، اسم رابطة المساواة المنطقية، أو اسم رابطة التشارط.
(الصورة الثانية)

"ف	ن	ف↔ ن
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	خ
خ	خ	ص"(٥٤)

ملاحظة: يسمى العمود الأول والعمود الثاني، بعمود الاحتمالات الثابتة، في حين يسمى العمود الثالث، بعمود الاحتمالات المتغيرة.
(الصورة الرابعة)

"ق	ل	ق ↔ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص"(٥٥)

ملاحظة: يمكن اعتبار العمود الأول والثاني، أيضاً عمود احتمالات القيم، في حين يمكن اعتبار العمود الثالث، أيضاً عمود دوال القيم أو دوال الصدق.
ومن الأمثلة التي يتم إيرادها على رابطة التكافؤ مايأتي:
المعري مؤلف رسالة الغفران إذا وفقط إذا ١+١ = ٢ [ص، ص]
١+١ = ٢ إذا وفقط إذا ١+١ = ٢ [ص، ك]
٢+٢= ١ إذا وفقط إذا ٤+٤ = ٨ [ك، ص]
١+٣ = ١ إذا وفقط إذا ١+٣ = ١ [ك، ك]

خاتمة

لقد اتضح مما سبق، أنه يوجد مجالين، في اللامعرّف، المجال الأول في خارج الحيز المنطقي، ويكون بشكل معطيات مباشرة للتجربة، وهي بالتالي غير قابلة للتعريف، والسبب في ذلك، أنها لايمكن تعريفها بوسيلة من وسائل المعرفة، ما لم تكن تلك الوسائل المعرفة لها، هي وسائل مستوحاة من التجربة ذاتها، أو المعطى الحسي ذاته.

مثال ذلك، لانستطيع أن نعرف الأصم منذ الميلاد طبيعة الصوت، وكذلك لانستطيع أن نعرف لغير المتزوجة عاطفة الأمومة، وكذلك أيضاً المقولات المجردة التي تطلق على أنحاء الوجود، الحظ أن المجال الأول المتمثل بالمعطيات المباشرة للتجربة، لايخضع لمفاهيم المنطق الرياضي، بل يخضع لمفاهيم المنطق التطبيقي، الذي يتضمن تطبيق قوانين المنطق الصوري في حيز علمي.

في حين أن الفرع الثاني من المجال الأول، أي المقولات المجردة، هي مفاهيم لاتخضع لمتطلبات أي نوع من أنواع المنطق، والسبب في ذلك أنها مقولات ذات دلالة كلية، ومفهوم الدلالة الكلية من منظور الاتجاه المثالي، يعد معيار الصدق في المعرفة الإنسانية.

في حين يعد من منظور الاتجاه المادي، نتيجة من نتائج المعرفة الإنسانية فليس كل شيء ذو دلالة كلية صادق، وقد عدها البعض قضايا مفلسة، في حين عدها البعض قضايا فارغة.

فهي أي موضوعات الدلالة الكلية، كلام فارغ، لايرتقي إلى أن يكون كذباً، لأن الكلام حتى يوصف بالكذب، ينبغي أن يتصوره العقل، ثم تدحضه أو تثبته التجربة.

أما المجال الثاني في داخل الحيز المنطقي، ويكون بشكل المتغير والرابطة، فإن وجود المتغير والرابطة، ضرورة من ضروريات البناء المنطقي المركب. فضرورة وجود المتغير تتجسد في اهتمام المنطق بصورة القضية، دون مادة القضية، من جهة، واستخدام المتغير، بعد مراعاة متطلبات استخدام المتغير، في أن يكون لكل متغير، رمز واحد متفق عليه، وان يتم استخدام المتغير وفق قواعد بنائية صحيحة من جهة أخرى.

في حين تتجسد ضرورة استخدام الرابطة، في بناء قضايا مركبة، لأنه لايمكن بأي حال من الأحوال، أن أتصور بناء منطقي مركب، بدون بناء قضايا مركبة، وقد أدى هذا الدور بتفوق الروابط الثانية الخمسة (العطف، البدل، البدل المطلق، الشرط، التكافؤ).

نتائج البحث:

١. استخدام مفاهيم معينة، هي بالدرجة الأساس مفاهيم رياضية مجردة، في مجال المنطق الرياضي، يوسع مجال بحث الرياضة البحتة، ويوسع أيضاً مجال بحث المنطق الرياضي.
٢. المفاهيم المشتركة تمنح المنطق الرياضي أو الرياضة البحتة، قدرة مضاعفة على طرح قضايا المنطق الرياضي أو قضايا الرياضة بحتة، بصيغ جديدة.
٣. بما أن أي مفهوم، يمثل حالة خاصة، ضمن العلم الباحث فيه المفهوم، فهو بالتالي يمثل حالة تراكمية، تسجل ظاهرة حل مشكلة أو إثارة مشكلة. وكنتيجة لذلك تم نقل تطبيق المفهوم من حيز العلم الأول (الرياضة البحتة) على سبيل المثال، إلى حيز العلم الثاني (المنطق الرياضي) على سبيل المثال أيضاً، يؤدي كذلك إلى تسجيل ظاهرة حل مشكلة أو إثارة مشكلة.
٤. تكمن قيمة استخدام الرمز المنطقي سواء كان متغير أو رابطة، في رفعه للالتباس وإزالة الغموض، الذي يسود التعبير الفلسفي بصفة عامة، والتعبير المنطقي بصفة خاصة.
٥. القضية البسيطة خالية من العناصر الصورية، لأنه يفترض في القضية حتى تكون قضية، ينبغي أن تكون تامة المعنى من جهة، وتمتلك قابلية الحكم عليها بالصدق أو بالكذب.

مثال ذلك:
ابيقور فيلسوف... قضية بسيطة خالية من العناصر الصورية. ولكن لو تصورت قضية بسيطة تمتلك عناصر صورية، فهي بالتالي ليست قضية، لأنها ليست تامة المعنى من جهة، ولا يمكن الحكم عليها بالصدق أو بالكذب، من جهة أخرى.
مثال ذلك:
أ فيلسوف...قضية بسيطة، تحتوي عناصر صورية.
٦. لايمكن أن أتصور، وجود قضية مركبة، بدون أن أتصور وجود عناصر صورية وعناصر غير صورية، وهنا بالذات، تتجلى قيمة العناصر الصورية، في صياغة القضايا المركبة، بمعنى إمكانية الربط بين القضايا البسيطة أو بين قضية بسيطة، وقضية بسيطة أخرى.
مثال ذلك:
سقراط أستاذ أفلاطون وأفلاطون أستاذ أرسطو.

المصادر

١.امبروز، اليس ولازيروفيتش، موريس: أوليات المنطق الرمزي. ترجمة: د.عبد الفتاح الديدي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٨٣.

٢.بدوي، عبد الرحمن: المنطق الصوري والرياضي. مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ط٣، ١٩٦٨.

٣.بيسون واوكونر: مقدمة في المنطق الرمزي. ترجمة: د.عبد الفتاح الديدي، دار المعارف بمصر، القاهرة، ط١، ١٩٧١.

٤.تارسكي، الفرد: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية. ترجمة: د.عزمي إسلام، مراجعة: د.فؤاد زكريا، الهيئة المصرية العامة للكتاب، ١٩٧٠.

٥.خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي. مطبعة دار الحكمة للطباعة والنشر، الموصل، ١٩٩٠.

٦.خليل، ياسين: مقدمة في علم المنطق. منشورات جامعة بغداد، ١٩٧٩.

٧.خليل، ياسين: المنطق والرياضيات. مستل من المجلد العاشر لمجلة المجمع العلمي العراقي، ١٩٦٣.

٨.خليل، ياسين: نظرية القياس المنطقية. بغداد، ١٩٦٤.

٩.رسل، برتراند: أصول الرياضيات، ج١. ترجمة: د.محمد مرسي أحمد ود.أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف بمصر.

١٠. الزعبي، عبد الله: مبادئ الجبر الحديث. دار عمار للنشر، عمان، ١٩٩٢.

١١. السرياقوسي، محمد: التعريف بالمنطق الصوري. دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، ط١، ١٩٨٠.

١٢. فاخوري، عادل: المنطق الرياضي. دار العلم للملايين، بيروت، ط٢، ١٩٧٩.

١٣. فضل الله، مهدي: مدخل إلى علم المنطق (المنطق التقليدي)، دار الطليعة، بيروت، ط٢، ١٩٨٣.

١٤. كرم، يوسف: تاريخ الفلسفة اليونانية. مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، ط٥، ١٩٦٦.

١٥. لوكاشيفتش، يان: نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث. ترجمة وتقديم: د.عبد الحميد صبرة، الناشر: المعارف، الاسكندرية، ١٩٦١.

١٦. محمد، علي عبد المعطي: أسس المنطق الرياضي وتطوره. الناشر: دار الجامعات المصرية، ١٩٧٥.

١٧. محمود، زكي نجيب: المنطق الوضعي، ج١. مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ط٥، ١٩٧٣.

١٨. محمود، زكي نجيب: المنطق الوضعي، ج٢. مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ط٣، ١٩٦١.

النشار، علي سامي: المنطق الصوري منذ أرسطو وتطوره المعاصر. مطبعة دار نشر الثقافة، الاسكندرية، ط١، ١٩٥٥.

مصادر وهوامش

(١) الموسوعة الفلسفية.
وضع لجنة من العلماء والأكاديميين السوفياتيين بإشراف م.روزنتال وب.يودين، ترجمة: سمير كرم، دار الطليعة، بيروت، ط٥، ١٩٨٥، ص١٣٤.
(٢) السرياقوسي، محمد: التعريف بالمنطق الصوري. دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، ط١، ١٩٨٠، ص١٠١.
(٣) أنظر: كرم، يوسف: تاريخ الفلسفة اليونانية. مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، ط٥، ١٩٦٦، ص١٢٠.
ملاحظة حول المقولات، لقد انتقد كانط Kant (١٧٢٤-١٨٠٤) المقولات الأرسطية، وقال عنها: انها مقولات انطولوجية، ووضع بدل منها مقولات ابستمولوجية (اثنتي عشرة مقولة)، مع الملاحظة ان هيجل Hegel نقد كلاً من المقولات الأرسطية والكانطية على حد سواء، وقال بأكثر من مائة مقولة، وإذا كانت المقولات عند أرسطو موضوعية وعند كانط ذاتية، فهي عند هيجل موضوعية وذاتية معاً.
أنظر: فضل الله، مهدي: مدخل إلى علم المنطق (المنطق التقليدي)، دار الطليعة، بيروت، ط٢، ١٩٨٣، ص٣٠.
* أرسطو (٣٢٢-٣٨٤ قبل الميلاد) ولد في ستاجيرا في تراقية، وتربى في أثينا بمدرسة أفلاطون، انتقد نظرية أفلاطون الخاصة بالصور المفارقة (المثل)، إلا أنه لم يتمكن من التغلب على مثالية أفلاطون تماماً، وتأرجح بين المثالية والمادية.
أنظر: الموسوعة الفلسفية، ص١٩-٢٠.
أنظر أيضاً: بدوي، عبد الرحمن: المنطق الصوري والرياضي. مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ط٣، ١٩٦٨، ص٦-٩.
(٤) النشار، علي سامي: المنطق الصوري منذ أرسطو وتطوره المعاصر. مطبعة دار نشر الثقافة، الاسكندرية، ط١، ١٩٥٥، ص١٣٩.
(٥) السرياقوسي، محمد: المصدر نفسه، ص١١٣-١١٤.
(٦) فضل الله، مهدي: المصدر نفسه، ص٧٤.
(٧) النشار، علي سامي: المصدر نفسه، ص١٤٠.
(٨) السرياقوسي، محمد: المصدر نفسه، ص١١٤.
(٩) فضل الله، مهدي: المصدر نفسه، ص٧٤.
(١٠) النشار، علي سامي: المصدر نفسه، ص١٤٠-١٤١.
(١١) السرياقوسي، محمد: المصدر نفسه، ص١١٤.
(١٢) فضل الله، مهدي: المصدر نفسه، ص٧٤.
(١٣) النشار، علي سامي: المصدر نفسه، ص١٤١.

(١٤) السرياقوسي، محمد: المصدر نفسه، ص١١٢.
(١٥) فضل الله، مهدي: المصدر نفسه، ص٧٤.
(١٦) أنظر: الفقرة الأولى من بحثي (في المستوى الأول- التعريف-).
(١٧) تارسكي، الفرد: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية. ترجمة: د.عزمي إسلام، مراجعة: د.فؤاد زكريا، الهيئة المصرية العامة للكتاب، ١٩٧٠، ص٣٨-٣٩.
(١٨) خليل، ياسين: مقدمة في علم المنطق. منشورات جامعة بغداد، ١٩٧٩، ص٦٦.
(١٩) خليل، ياسين: المصدر نفسه، ص٦٧.
(٢٠) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي. مطبعة دار الحكمة للطباعة والنشر، الموصل، ١٩٩٠، ص٦٣.
(٢١) رسل، برتراند: أصول الرياضيات، ج١. ترجمة: د.محمد مرسي أحمد ود.أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف بمصر، ص٣١.
(٢٢) محمود، زكي نجيب: المنطق الوضعي، ج٢. مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ط٣، ١٩٦١، ص٤٤-٦٠.
(٢٣) لوكاشيفتش، يان: نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث. ترجمة وتقديم: د.عبد الحميد صبرة، الناشر: المعارف، الاسكندرية، ١٩٦١، ص٢٠٧-٢١٠.
(٢٤) خليل، ياسين: المنطق والرياضيات. مستل من المجلد العاشر لمجلة المجمع العلمي العراقي، ١٩٦٣، ص٤٤.
(٢٥) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٧٤-٧٥.
(٢٦) خليل، ياسين: المنطق والرياضيات، ص٤٤.
(٢٧) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي ، ص٧٦.
(٢٨) خليل، ياسين: المنطق والرياضيات، ص٤٤.
(٢٩) خليل، ياسين: نظرية القياس المنطقية. بغداد، ١٩٦٤، ص٢٠-٢١.
(٣٠) تارسكي، الفرد: المصدر نفسه، ص٣٩.
(٣١) امبروز، اليس ولازيروفيتش، موريس: أوليات المنطق الرمزي. ترجمة: د.عبد الفتاح الديدي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٨٣، ص٦٩.
(٣٢) بيسون واوكونر: مقدمة في المنطق الرمزي. ترجمة: د.عبد الفتاح الديدي، دار المعارف بمصر، القاهرة، ط١، ١٩٧١، ص٣٨.
(٣٣) بيسون وأوكونر: المصدر نفسه، ص٣٨-٣٩.
(٣٤) أنظر: امبروز، اليس ولازيروفيتش، موريس: المصدر نفسه، ص٦٣-٧٨.
(٣٥) امبروز، اليس ولازيروفيتش، موريس: المصدر نفسه، ص٧٥.

(٣٦) أنظر: محمود، زكي نجيب: المنطق الوضعي، ج١. مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ط٥، ١٩٧٣، ص٣-١١.
أنظر أيضاً: امبروز، اليس ولازيروفيتش، موريس: المصدر نفسه، ص٤٥-٧٨.
(٣٧) تارسكي، الفرد: المصدر نفسه، ص٥٢.
(٣٨) بيسون واوكونر: المصدر نفسه، ص٥٠.
(٣٩) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي ، ص٣٥.
(٤٠) محمد، علي عبد المعطي: أسس المنطق الرياضي وتطوره. الناشر: دار الجامعات المصرية، ١٩٧٥، ص١٣١.
(٤١) الزعبي، عبد الله: مبادئ الجبر الحديث. دار عمار للنشر، عمان، ١٩٩٢، ص٦.
(٤٢) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٩.
(٤٣) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٣.
(٤٤) محمد، علي عبد المعطي: المصدر نفسه، ص١٣٠.
(٤٥) الزعبي، عبد الله: المصدر نفسه، ص٦.
(٤٦) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٨.
(٤٧) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٤.
(٤٨) فاخوري، عادل: المنطق الرياضي. دار العلم للملايين، بيروت، ط٢، ١٩٧٩، ص٢٢.
(٤٩) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٩.
(٥٠) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٦.
(٥١) محمد، علي عبد المعطي: المصدر نفسه، ص١٣٢.
(٥٢) الزعبي، عبد الله: المصدر نفسه، ص٧.
(٥٣) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٩.
(٥٤) فاخوري، عادل: المصدر نفسه، ص٢٠.
(٥٥) خليل، ياسين: محاضرات في المنطق الرياضي، ص٣٧.